**به نام او**

**تمرینات سری ششم – فصل هفتم**

1. ماتریس را قطری‌سازی کنید به طوری که . همچنین صحت پاسخ خود را بررسی کنید.

2. ماتریس را قطری‌سازی عمودی کنید به طوری که .

3. فرض کنید ماتریسی حقیقی و قطری‌شدنی است و تمام مقادیر ویژه‌ی آن نامنفی هستند. ثابت کنید ماتریس وجود دارد به طوری که .

4. اگر باشد، را بیابید.

5. اگر ماتریس دارای مقادیر ویژه‌ی 1 و 1 و 2 باشد، کدام یک از موارد زیر را با قاطعیت صحیح است؟ دلیل بیاورید.

الف) معکوس‌پذیر است.

ب) قطری‌شدنی است.

ج) قطری‌شدنی نیست.

6. تجزیه طیفی ماتریس را بدست آورید.

7 .ماتریس فرم مربعی عبارات زیر را پیدا کنید.

الف)

ب)

*8. با در نظر داشتن معادله‌های سوال قبل، یک ماتریس متعامد پیدا کنید که با تغییر متغیر معادله‌ی را به یک فرم مربعی بدون cross product تبدیل کند.*

*9.* ماکزیمم مقدار را با فرض بدست آورید.

10. تجزیه را برای ماتریس زیر محاسبه کنید.

11. تجزیه ماتریس را بدست آورید.

**پاسخ تمرینات سری ششم – فصل هفتم**

1. ابتدا مقادیر ویژه و بردارهای ویژه ماتریس را بدست می‌آوریم:

به طریق مشابه و . بنابراین:

*برای بررسی صحت جواب کافیست چک کنیم* .

2. ابتدا مقادیر ویژه و بردارهای ویژه ماتریس را بدست می‌آوریم:

به طریق مشابه .

اکنون چون مجموعه‌ی یک مجموعه‌ی نیست، ابتدا با الگوریتم آن را می‌کنیم:

دقت کنید در هر مرحله می‌توان برای رهایی از اعداد کسری، بردار نهایی را در عددی ضرب کرد (که تاثیری در جواب ندارد)

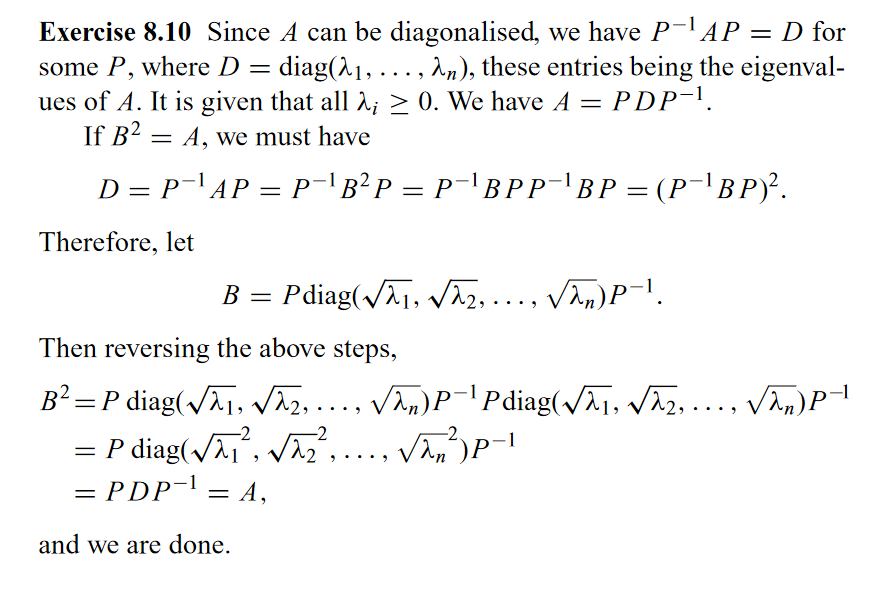
حال مجموعه‌ی یک مجموعه‌ی است. برای کردن آن بردارها را نرمال می‌کنیم:

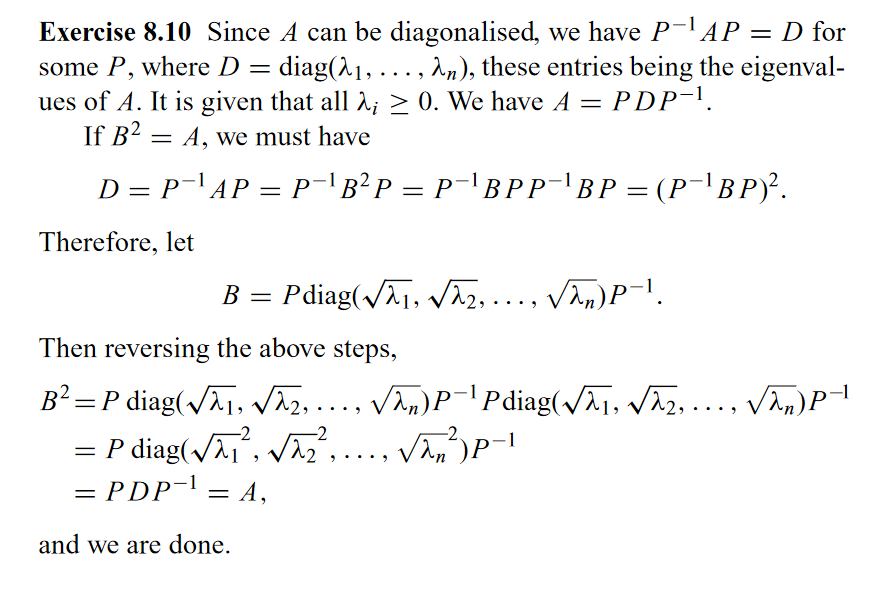
بردارهای بردارهایی هستند. پس:

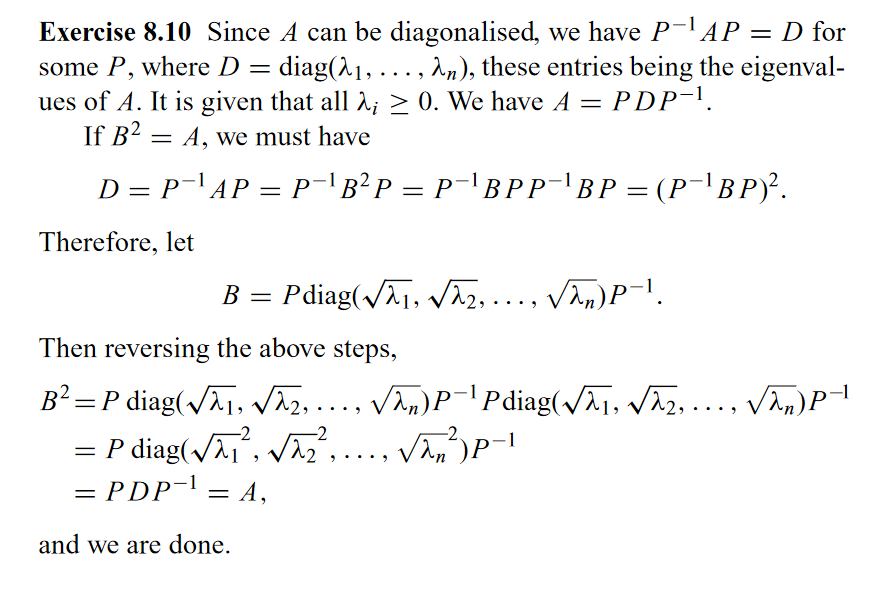
*اختیاری: برای بررسی صحت جواب نیز کافیست چک کنیم* .

3. از آنجایی که قطری‌شدنی است، داریم به طوری که یک ماتریس و  *و* مقادیر ویژه‌ی ماتریسهستند که طبق فرض سوال، *.*

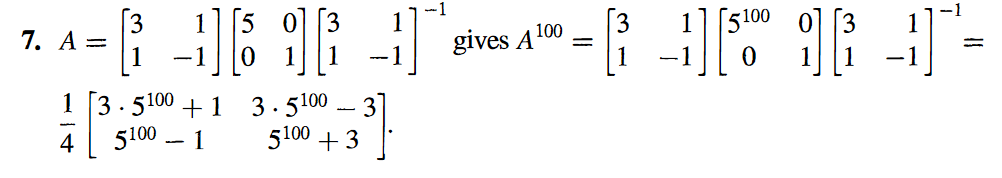
اگر باشد، داریم:



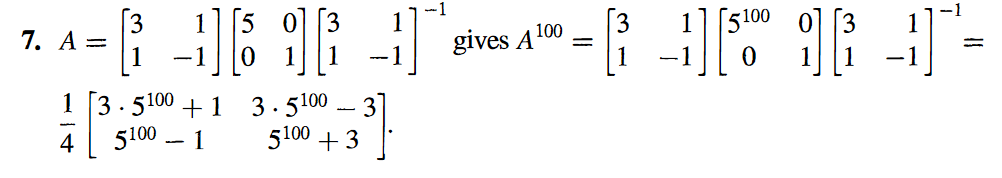
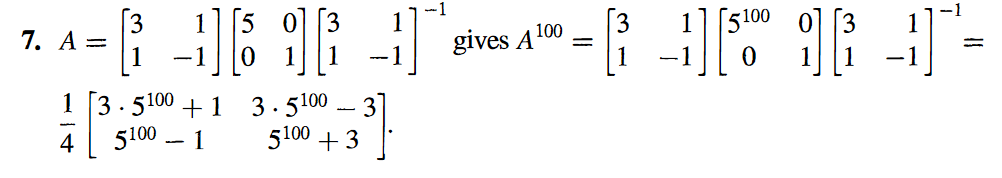
در نظر می‌گیریم که:

حال مراحل بالا را برعکس طی می‌کنیم:

و اثبات تمام.

4. ابتدا ماتریس را قطری‌سازی می‌کنیم (محاسبات با شما) :

بنابراین می‌توان گفت:



5. الف) صحیح: ب) غلط: ج) غلط:

6. ابتدا باید ماتریس را قطری سازی عمودی کنیم (مشابه سوال 2 – برای حل این قسمت به کتاب مراجعه کنید) :

پس داریم:

7. الف)

در نتیجه ماتریس مربعی برابر است با:

ب(

در نتیجه ماتریس مربعی برابر است با:

8. *الف) مقادیر ویژه و بردار ویژه‌های متناظر آنها را برای ماتریس A بدست می‌آوریم:*

*و با قطری‌سازی ماتریس A داریم:*

*ب) مقادیر ویژه و بردار ویژه‌های متناظر آنها را برای ماتریس A بدست می‌آوریم:*

*و با قطری سازی ماتریس A داریم:*

9. ابتدا باید ماتریس مربوط به فرم درجه دو را بیابیم:

برای یافتن ماکزیمم عبارت، کافی است بزرگترین مقدار ویژه را بیابیم.

10. در ابتدا ماتریس را تشکیل می‌دهیم:

سپس بردار ویژه های این ماتریس را بدست می‌آوریم.

سپس بردارها را نرمالیزه کرده و در ماتریس قرار می‌دهیم.

حال باید ماتریس های را بدست آوریم.

باتوجه به آنکه مقدار برابر با بردار صفر شد، باید دوبردار دیگر برای ماتریس بیابیم.

11. ابتدا باید یک از های بدست آوریم.

حال ها را مشخص می‌کنیم که مجذور های ما می‌باشند و سازنده‌ی زیرماتریس از ماتریس ما هستند.

حال تنها کافی است ماتریس را بسازیم.

حال باید را گسترش دهیم یا کنیم چرا که دو ستون دیگر برای تشکیل ماتریس می‌خواهد. توجه شود که خواهد بود چون است. چون این دو بردار دیگر باید بر عمود باشند، پس داریم:

بنابراین :

حال باید الگوریتم را روی اجرا کنیم تا تصویر عمود یکی بر دیگری یافت شود.

و در نهایت تجزیه ماتریس برابر خواهد شد با:

موفق باشید

تیم تدریس‌یاری جبرخطی

بهار 1400